Esperança, Variância e Esperança condicional

Ben Dêivide

16 de fevereiro de 2016

Sumário

Valor Esperado e Variância

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;

Valor Esperado e Variância

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;

Valor Esperado e Variância

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;
- $x_1 \times \frac{1}{N} + x_2 \times \frac{1}{N} + \ldots + x_N \times \frac{1}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \bar{x}_N$;

Valor Esperado e Variância

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;
- $x_1 \times \frac{1}{N} + x_2 \times \frac{1}{N} + \ldots + x_N \times \frac{1}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \bar{x}_N$;
- $x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \ldots + x_N \times p_N = \sum_{i=1}^{N} x_i p_i$ (Valor Esperado)

Valor Esperado e Variância

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;
- $x_1 \times \frac{1}{N} + x_2 \times \frac{1}{N} + \ldots + x_N \times \frac{1}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \bar{x}_N$;
- $x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \ldots + x_N \times p_N = \sum_{i=1}^{N} x_i p_i$ (Valor Esperado)
- Valor esperado ou Esperança matemática como medida de locação e Variância como medida de dispersão ou forma (No R!);

Esperança matemática

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;

Esperança matemática

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;

Esperança matemática

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;
- $x_1 \times \frac{1}{N} + x_2 \times \frac{1}{N} + \ldots + x_N \times \frac{1}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \bar{x}_N$;

Esperança matemática

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;
- $x_1 \times \frac{1}{N} + x_2 \times \frac{1}{N} + \ldots + x_N \times \frac{1}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \bar{x}_N$;
- $x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \ldots + x_N \times p_N = \sum_{i=1}^{N} x_i p_i$ (Valor Esperado)

Esperança matemática

- Variável Aleatória discreta $X \Rightarrow S_X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$;
- $P(X = x_i) = 1/N$;
- $x_1 \times \frac{1}{N} + x_2 \times \frac{1}{N} + \ldots + x_N \times \frac{1}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \bar{x}_N$;
- $x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \ldots + x_N \times p_N = \sum_{i=1}^{N} x_i p_i$ (Valor Esperado)
- Valor esperado ou Esperança matemática como medida de locação e Variância como medida de dispersão ou forma (No R!);

Esperança matemática

Definição 1 (Esperança matemática)

Seja X uma variável aleatória em $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. A esperança matemática (ou média) de X, denotada por μ_X ou $E[X]$, é definida:

i) *se X for discreta,*

$$E[X] = \sum_x x P_X(x), \tag{1}$$

ii) *se X for contínua,*

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx. \tag{2}$$

Propriedades da Esperança matemática

Problema dos tetraedros

Um experimento com dois tetraedros deseja observar o número da face superior desses tetraedros. Denote X como o número da face superior do primeiro tetraedro e Y o maior número da face superior desses dois tetraedros. O Espaço amostral é dado por:

$$\begin{aligned}\Omega =&\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),\\ &(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),\\ &(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),\\ &(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}\end{aligned}$$

Problema dos tetraedros

Um experimento com dois tetraedros deseja observar o número da face superior desses tetraedros. Denote X como o número da face superior do primeiro tetraedro e Y o maior número da face superior desses dois tetraedros. O Espaço amostral é dado por:

$$\begin{aligned}\Omega =&\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),\\&(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),\\&(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),\\&(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}\end{aligned}$$

Os valores que (X,Y) podem assumir são:

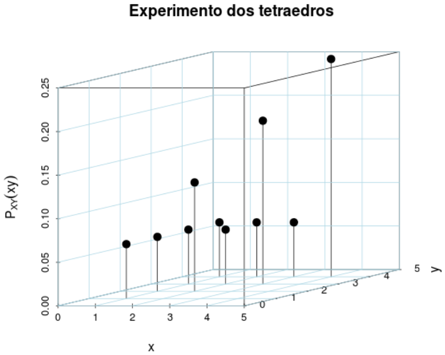
$$\begin{aligned}(X,Y) =&\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),\\&(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,4)\}\end{aligned}$$

Problema dos tetraedros

A função de probabilidade conjunta é dada por:

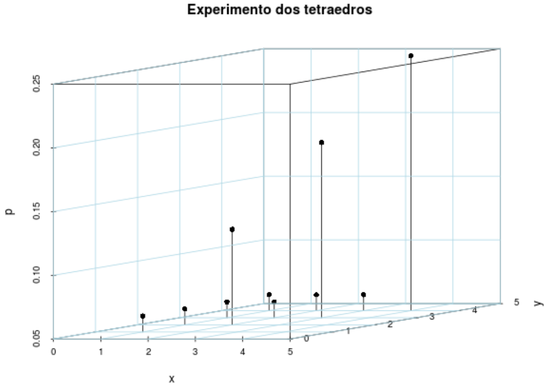
(x,y)	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(2,2)$
$P_{X,Y}(x,y)$	$\frac{1}{16} = 0,0625$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16} = 0,125$

(x,y)	$(2,3)$	$(2,4)$	$(3,3)$	$(3,4)$	$(4,4)$
$P_{X,Y}(x,y)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16} = 0,1875$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16} = 0,25$



Problema dos tetraedros

Gráfico da Função de Probabilidade conjunta $P_{X,Y}$



Problema de variáveis aleatórias contínuas