## Tópico 11: Controle Estatístico de Qualidade

## Ben Dêivide

## 6 de outubro de 2021

O movimento da qualidade teve origem na década de 20, quando **Walter Shewhart** desenvolveu o primeiro gráfico de controle de processo, enquanto trabalhava como estatístico na Bell Labs. Devido a II Guerra Mundial houve a necessidade de produzir grande quantidade de produtos militares com qualidade e prazos pequenos. De início, os trabalhos de Shewhart não deram tanta relevância, nos EUA. Essa importância da gestão de qualidade juntamente com a estatística foram reconhecidas inicialmente pelos japoneses, sob a orientação de **Deming** e **Juran**, dando contribuições relevantes sobre o assunto.

Dentre tantas definições sobre o que seja qualidade, Deming sucintamente definiu

**Definição 1** (Qualidade). A qualidade é a adequação do uso.

Há dois aspectos gerais da adequação ao uso: **qualidade de projeto** e **qualidade de ajustamento** (ou qualidade de conformação). Todos os bens e serviços são produzidos em vários níveis de qualidade. Essas variações em graus ou níveis de qualidade são intencionais e, consequentemente, o termo técnico apropriado é qualidade de projeto. A qualidade de ajustamento é como o produto corresponde às expecificações exigidas pelo projeto.

Nesse âmbito, dizemos que o controle estatístico de qualidade é uma das mais poderosas metodologias desenvolvidas visando auxiliar no controle eficaz de qualidade de um determinado processo. Dentre tantas definições sobre um processo, definimos

**Definição 2** (Processo). Um sistema com um conjunto de entradas e saídas é chamado de processo.

Vejamos a Figura  $\ref{eq:periodic}.$  As entradas  $x_1, x_2, \ldots, x_p$  são fatores controláveis, como temperatura, pressão, entradas de alimentos e outras variáveis controláveis. As entradas  $z_1, z_2, \ldots, z_q$  são variáveis não controláveis, tais como fatores ambientais ou propriedades de matérias-primas apresentadas por um fornecedor externo. O processo de manufatura transforma o material bruto de entrada, as partes de componentes e submontagens em um produto acabado que tem várias características de qualidade. A variável saída y é uma característica de qualidade, isto é, uma medida de qualidade do processo e do produto.

**Exemplo 1.** Considere um processo em uma instituição financeira que processa pedidos de financiamento de carros. As entradas são os pedidos de financiamentos de carros, que contém informações sobre o cliente e sua história de crédito, o tipo de carro a ser comprado, seu preço e o valor do empréstimo. Os fatores controláveis são o tipo de treinamento que o funcionário da instituição recebe, as regras específicas e políticas que o banco impõe sobre esses empréstimos

e o número de pessoas que trabalham com empréstimos em cada período de tempo. Os fatores não controláveis incluem as taxas de juros vigentes, a quantidade de capital disponível para esses tipos de empréstimos em cada período de tempo e o número de empréstimo que exigem processamente a cada período. As características de saída incluem o fato de o empréstimo ter, ou não, garantias, o número de empréstimos com garantias realmente obtidos pelo cliente e o ciclo de tempo, isto é, o tempo que o cliente espera até a decisão sobre seu pedido de empréstimo.

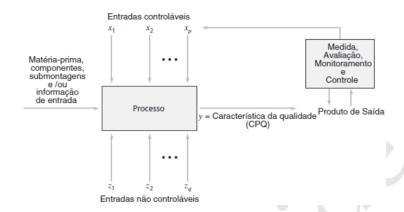


Figura 1: Entradas e saídas de um processo de produção

Com base nesse exemplo, podemos apresentar uma definição moderna sobre qualidade.

**Definição 3** (Qualidade). A qualidade é inversamente proporcional a variabilidade.

Note que essa definição implica que se a variabilidade nas características importantes de um produto decresce, a qualidade do produto aumenta. A variabilidade do qual a definição retrata está relacionada àquela não desejada, fruto das entradas não controláveis, uma vez que num processo nunca poderão ser produzidos dois produtos absolutamente iguais, devido a variabilidade. A variabilidade pode está relacionada a entradas controláveis, em que estas variações podem ser controladas e a variabilidade não controlada comentada anteriormente. Essa variabilidade pode ser medida por variáveis ou atributo através de ferramentas estatísticas.

Diante dessa variabilidade, dizemos que um processo pode ser dividido em:

- i) Processo sob controle estatístico: é o processo onde se tem variabilidade natural do processo, resultante apenas das entradas controláveis. Nesse aspecto, a variabilidade se mantém numa faixa etária, denominada de faixa característica de processo.
- ii) **Processo fora do controle estatístico**: é o processo que está sob a influência das **entradas não controláveis**, criando instabilidade no processo. A variabilidade nesse processo é maior que o anterior, fazendo-se necessário descobrir os fatores que originaram essa variação.

Assim, definimos o controle estatístico de qualidade (CEQ) da seguinte forma:

**Definição 4** (Controle Estatístico de Qualidade). O controle Estatístico de Qualidade (CEQ) é um conjunto de ferramentas estatísticas que visa a obtenção, manutenção e melhoria da qualidade do(s) produto(s) de um determinado processo.

O objetivo principal dos esforços do CEQ é a redução sistemática da variabilidade nas características-chave da qualidade do produto em um determinado processo.

O CEQ pode ser dividido em quatro áreas:

- 1. Planejamento de Experimento (PE);
- 2. Aceitação de Amostragem (AA);
- 3. Análise da Capacidade de Processos (ACP);
- 4. Controle Estatístico de Processos (CEP).

Além dessas técnicas, várias outras ferramentas estatísticas são úteis na análise de problemas de qualidade e melhora do desempenho do processo de produção. Nessa dissertação discutiremos um pouco sobre todas as áreas, dando enfoque no CEP.

Um **experimento planejado** é extremamente útil na descoberta das variáveis-chave que influenciam as características da qualidade de interesse no processo.

**Definição 5** (Experimento Planejeado). *Um experimento planejado é uma abordagem de variação sistemática de fatores de entrada controláveis no processo e de determinação do efeito que esses fatores têm nos parâmetros do produto de saída.* 

**Exemplo 2.** Um tipo importante de experimento planejado é o desenho fatorial, no qual variamse todos os fatores de tal modo que todas as combinações possíveis dos níveis dos fatores são testadas.

Os experimentos planejados são uma importante ferramenta **off-line** de controle de qualidade, porque são usados, em geral, nas atividades de desenvolvimento e nos estatágios iniciais da manufatura, e não com um procedimento **on-line** ou durante o processo. Desempenham um papel crucial na redução da variabilidade.

Uma vez identificada uma lista de variáveis que afetam o resultado do processo, é normalmente necessário modelar a relação entre as variáveis de entrada influentes e as características de qualidade da saída. As técnicas estatísticas úteis na construção de tais modelos incluem a **análise de regressão** e a **análise de séries temporais**.

Uma vez que as variáveis importantes tenham sido identificadas bem como a natureza da relação entre elas e a saída do processo tenha sido quantificada, então uma técnica estatística on-line de controle de processo para o monitoramento e inspeção do mesmo pode ser usada com considerável eficácia. Técnicas tais como **gráficos de controle** (ou cartas de controle) podem ser usadas para monitorar a saída do processo e detectar quando são necessárias mudanças nas entradas para trazer o processo de volta a um estado sob controle.

A próxima área é a **amostragem de aceitação**. Isto está intimamente ligado à inspeção e ao teste do produto, que é um dos primeiros aspectos do controle de qualidade, remontando a um período anterior ao desenvolvimento da metodologia estatística para a melhoria de qualidade.

**Definição 6** (Amostragem de Aceitação). A inspeção e classificação de uma amostra de unidades selecionadas aleatoriamente de uma remessa ou lote maior e a decisão final sobre o destino do lote é chamada de amostragem de aceitação.

A amostragem de aceitação ocorre em dois pontos do processo:

- Entrada de matérias-primas ou componentes;
- Produção final.

Os sistemas modernos de garantia de qualidade usualmente dão menos ênfase à amostragem de aceitação, e tentam fazer o CEP e PE o foco de seus esforços. A amostragem de aceitação tende a reforçar a noção de qualidade como "conformidade com especificações", isto é, o grau de fidelidade que o produto apresenta em relação às especificações do projeto, e não fornece qualquer informação seja para o processo de produção seja para engenharia de planejamento e desenvolvimento, o que levaria, necessariamente, a uma melhoria da qualidade no sentido de minimizar a variabilidade do processo em quase todos os ambientes industriais.

Uma outra área do CEQ é a análise de capacidade de processos. Definimos,

**Definição 7** (Análise da capacidade de processo). A análise de técnicas estatísticas que quantifica a variabilidade do processo em relação às exigências ou especificações do produto é chamado de análise da capacidade de processo.

A capacidade de processos (CP) é a capacidade de produzir itens de acordo com as especificações do projeto. A capacidade do processo diz respeito a **uniformidade** que um certo produto é capaz de reproduzir, isto é, não diz respeito a quanto um processo trabalha bem, mas o que um processo é capaz de realizar. Indica qual é o nível real de qualidade que um certo processo é capaz de produzir.

Obviamente, a variabilidade no processo é uma medida da uniformidade da produção. Há duas maneiras de encarar esta variabilidade:

- A variabilidade natural ou inerente em um instante específico; isto é, a variabilidade "instantânea";
- variabilidade ao longo do tempo.

Vamos assim, apresentar métodos para investigar e avaliar ambos os aspectos da capacidade de um processo. Dada uma amostra aleatória da característica de um processo com distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma^2$  que representa a população correspondente a uma característica da qualidade. São estabelecidos os limites naturais de tolerância (LNT) superior e inferior, tais que:

$$\begin{cases} LNTS = \mu + 3\sigma \\ LNTI = \mu - 3\sigma, \end{cases}$$

em que LNTS e LNTI representam o limite natural de tolerância superior e inferior, respectivamente. Para uma distribuição normal, os LNT incluem 99,73% da variável, ou apenas 0,27% da saída do processo fica fora dos limites naturais de tolerância, como visto na Figura ??.

A forma de estimar a capacidade de um processo pode ser através da distribuição de probabilidade, com uma forma, um centro (média) e uma dispersão (desvio padrão) especificados.

A análise de capacidade de um processo é a parte vital de um programa global de melhoria da qualidade. Entre as principais utilizações de dados de uma análise da capacidade de um processo destacam-se:

Predizer até que ponto o processo manterá as tolerâncias;

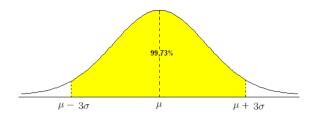


Figura 2: Limites de tolerância naturais, superior e inferior, na distribuição normal.

- Auxiliar os elaboradores/planejadores do produto na seleção ou modificação de um processo;
- Especificar exigências de desempenho para um equipamento novo;
- Selecionar entre vendedores concorrentes;
- Planejar a sequência de processos de produção quando há um efeito interativo de processos sobre a tolerância;
- Reduzir a variabilidade em um processo de fabricação.

Assim, a análise da capacidade de um processo é uma técnica que tem aplicações em muitos setores do ciclo do produto, inclusive planejamento do produto e do processo, fonte de informação do vendedor e a própria fabricação.

Três técnicas gráficas são utilizadas na análise da capacidade de um processo, tais como histogramas, gráficos de probabilidade e gráficos de controle ou cartas de controle. Entretanto, como essas técnicas serão abordadas mais a frente, daremos ênfase a uma forma simples e quantitativa de expressar a capacidade de um processo. É costume tomar como medida da capacidade de um processo a dispersão de seis-sigma na distribuição da qualidade do produto.

Para quantificarmos a capacidade de um processo, iremos utilizar o índice de capacidade ( $C_p$ ), definido por

$$C_p = \frac{LSE - LSI}{6\sigma},\tag{1}$$

sendo LSE e LSI os limites superior e inferior de especificação, respectivamente. Em aplicações práticas, o desvio padrão do processo  $\sigma$  é quase sempre desconhecido e deve ser substituído por uma estimativa. Tipicamente, utilizamos o desvio padrão amostral S ou  $\bar{R}/d_2$  (quando se utilizam gráficos de controle de variáveis em um estudo de capacidade) como estimador  $(\hat{\sigma})$  de  $\sigma$ , resultando na seguinte estimativa,

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LSI}{6\hat{\sigma}}.$$
 (2)

Detalhes mais a frente serão mostrados de como obter algumas medidas apenas mencionada, tais como LSE, LSI,  $\bar{R}$ ,  $d_2$ .

Pode-se demonstrar que para processos normais (Kane, 1986), um intervalo de confiança  $100(1-\alpha)\%$  para  $C_p$  é dado por:

$$IC(C_p)_{1-\alpha} = \left(\sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2;n-1}^2}{n-1}}\hat{C}_p; \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2;n-1}^2}{n-1}}\hat{C}_p\right),\tag{3}$$

sendo  $\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}$  e  $\chi^2_{\alpha/2;n-1}$  quantis superiores da distribuição de qui-quadrado com n-1 graus de liberdade.

Admite-se uma interpretação prática útil para  $C_p$ , em que

$$P = \frac{1}{C_p} \times 100 \tag{4}$$

é a percentagem da faixa de especificação utilizada pelo processo.

De um modo prático, valores de Cp menores que 1,0 fazem com que o processo seja considerado como incapaz de atender à especificação; valores maiores e iguais a 1,33 são considerados adequados, isto é, o processo é capaz de atender à especificação e, processos em que o Cp está no intervalo  $1,0 \le Cp < 1,33$  considera-se o processo aceitável.

E a última área do CEQ é o CEP. O pioneiro do CEP foi Walter A. Shetwart na década de 1920, no estudo da aleatoriedade dos processos industriais. Ele desenvolveu um sistema que permitiu determinar se a variabilidade de um processo era realmente aleatória ou devia-se a causas especiais. O CEP é um poderosa coleção de ferramentas úteis na obtenção da estabilidade do processo e na melhoria da capacidade através da redução da variabilidade. Um processo estará **sob controle (estável)** se os resultados estão em conformidade com os limites impostos. Caso contrário o processo deve ser investigado para que sejam detectados as causas do desvio.

É preciso salientar que o CEP é um sistema de decisão e não um substituto da experiência, ou seja, métodos estatísticos ajudam a detectar e isolar o desarranjo de um processo e indicam as causas. Formalmente definimos

**Definição 8** (Controle Estatístico de Processo (CEP)). O controle Estatístico de Processo é um método preventivo de se comparar, continuamente, os resultados de um processo com os padrões, identificando a partir de dados estatísticos as tendências para variações significativas, a fim de eliminar/controlar essas variações.

O objetivo do CEP é monitorar o desempenho de processos ao longo do tempo, com vistas a detectar eventos incomuns que influenciam nas características determinantes da qualidade do produto final.

As ferramentas que permitem monitorar um processo e dizer se ele estar ou não sob controle são chamadas "Sete Ferramentas da Qualidade", que são:

- 1. Gráficos de controle ou carta de controle.
- 2. Gráfico de Histograma;
- 3. Folha de controle;
- 4. Gráfico de Pareto;
- 5. Diagrama de Causa-e-efeito;
- 6. Diagrama de Concentração de Defeitos;
- 7. Diagrama de Dispersão;

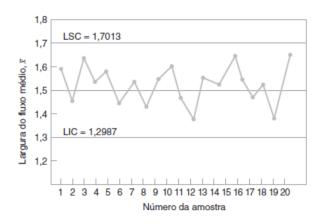


Figura 3: Um típico gráfico de controle.

Vamos dar ênfase no primeiro e comentar as demais ferramentas. O primeiro gráfico apresentado é a **carta de controle** ou **gráfico de controle**, Figura **??**, do qual apresenta graficamente uma característica de qualidade que foi medida ou calculada a partir de uma amostra *versus* o número da amostra ou o tempo.

O gráfico apresenta uma **linha central**, que representa o valor médio da característica de qualidade que corresponde ao estado sob controle. Se o processo está sob controle, todos os pontos marcados devem ter o padrão essencialmente aleatório. Duas outras linhas horizontais, chamada **Limite Superior de Controle** (LSC) e **Limite Inferior de Controle** (LIC), são também mostradas no gráfico. Se o processo está sob controle, praticamente todos os pontos amostrais estarão dentro do intervalo. Caso algum ponto saia do intervalo, é interpretado que o processo está fora de controle, Figura **??**.

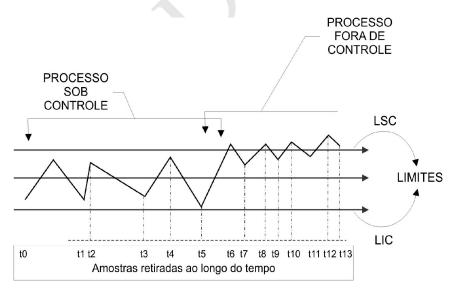


Figura 4: Um típico gráfico de controle com o processo fora do controle.

Uma outra forma do processo está fora de controle, é quando os pontos amostrais mesmo estando entre os limites de controle, apresentam-se de forma sistemática ou não aleatória, Figura ??.

Há uma relação muito próxima entre gráficos de controle e teste de hipóteses. Uma ilustração simples para verificar isso, considere que no eixo vertical do gráfico na Figura  $\ref{eq:constraint}$  seja a média amostral,  $\ref{X}$ . Se o valor atual de  $\ref{X}$  está entre os limites, podemos

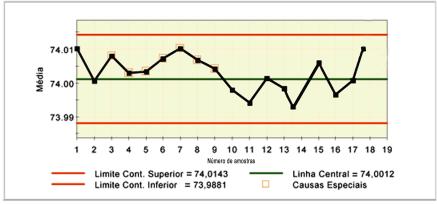


Gráfico de Controle com proceso fora de controle

Figura 5: Gráfico de controle com o processo fora do controle.

concluir que o processo está sob controle, isto é,  $\bar{X}$  é estatisticamente igual a média populacional  $\mu_0$ . Caso contrário, dizemos que a média é igual a algum  $\mu_1$ , tal que  $\mu_1 \neq \mu_0$ . Assim, o gráfico de controle é um teste da hipótese de que o processo está sob controle. Observe que o gráfico de controle testa essas hipóteses repetidamente, em pontos diferentes no tempo.

Um modelo geral para um gráfico de controle pode ser dado da seguinte forma, se W é uma variável aleatória e w sua realização, considere  $\mu_W$  e  $\sigma_W$ , a média e o desvio padrão de W, respectivamente. Então, a linha central (LC), os limites superior (LSC) e inferior (LIC) de controle são

$$LC = \mu_W \tag{5}$$

$$LSC = \mu_W + L\sigma_W \tag{6}$$

$$LIC = \mu_W - L\sigma_W, \tag{7}$$

respectivamente, sendo L é a distância em número de desvios padrões dos limites à média.

Assim, como num teste de hipótese, o gráfico de controle pode cometer os erros tipo I, isto é, afirmar que o processo está fora de controle quando na realidade está sob controle, ou o erro tipo II, afirmar que o processo está sob controle quando na realidade o processo está fora de controle. Daí então a importância na escolha dos limites de controle.

Ao afastarmos os limites de controle da linha central, diminuímos o risco de um erro tipo I. No entanto, ao aumentarmos os espaços entre os limites de controle, estaremos aumentando o erro tipo II.

Dado o conhecimento da distribuição da estatística W, podemos considerar L como um quantil superior  $100\alpha\%$  da distribuição relacionada. Geralmente se utiliza  $W=\bar{X}$  e de acordo com o teorema do limite central,  $\bar{X}$  tem distribuição normal com média  $\mu_W=\mu_{\bar{X}}$  e desvio padrão  $\sigma_W=\sigma_{\bar{X}}$ , e portanto  $L=Z_{\alpha/2}$ , sendo  $Z_{\alpha/2}$  é o quantil superior  $100\alpha/2\%$  da distribuição normal padrão. Considerando  $\alpha/2=0,001, Z_{\alpha/2}=3,09$ , do qual LIC e LSC passam a ser chamados de **limites de probabilidade**. Contudo, há algumas convenções em controle de qualidade para o múltiplo (L) do desvio padrão, que é considerar L=3 ou L=2, sendo que os Limites passam a ser chamados de **limites de controle "3-sigma"** e **limites de controle "2-sigma"**, respectivamente, Figura **??**.

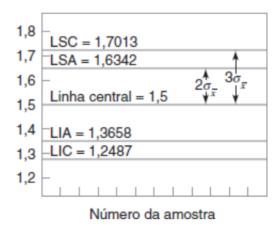


Figura 6: Um gráfico  $\bar{X}$  com limites de alerta e de ação.

O primeiro é chamado de **limite de ação**, pois quando um ponto se situa fora desse limite, procura-se uma causa atribuível e toma-se uma ação corretiva, se necessário. O segundo é chamado de **limite de alerta**.

Os gráficos de controle podem ser divididos em dois tipos: **gráficos de controle para variável** e **gráficos de controle para atributos**. O primeiro é usado quando a característica de qualidade a ser estudada é um número ou alguma escala contínua de medida.

Quando a característica de qualidade não é mensurável numa escala quantitativa, mas um julgamento de que cada unidade do produto está conforme ou não certos atributos, ou podemos contar o número o número de não-conformidades (defeitos) que aparecem em uma certa unidade do produto, as cartas de controle utilizadas são os gráficos de controle para atributos.

Apesar da importância desse segundo caso, iremos nos restringir aos gráficos de controle para variáveis. Ao lidarmos com esse tipo de característica de qualidade, é usual monitorar tanto o valor médio quanto a sua variabilidade. Para o monitoramento do valor médio, iremos utilizar gráficos de controle para  $\bar{X}$ . Para o controle da variabilidade, iremos utilizar gráficos de controle para o desvio padrão S ou gráficos de controle para a amplitude (R). A importância do valor médio pode ser observada na Figura R, que ilustra a saída de um processo de produção.

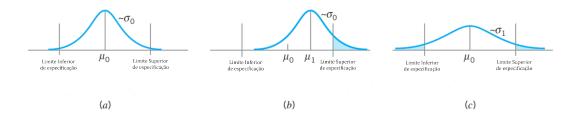


Figura 7: A necessidade de controlar a média e a variabilidade do processo. (a) Média e desvio padrão nos níveis nominais. (b) Média do processo  $\mu_1 > \mu_0$ . (c) Desvio padrão do processo  $\sigma_1 > \sigma_0$ .

A Figura ??(a) a média  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  estão ambos sob controle nos seus valores nominais (digamos  $\mu_0$  e  $\sigma_0$ ). Consequentemente, a maior parte da saída do

processo está localizada dentro dos limites de especificação. No entanto, a Figura  $\ref{eq:condition}$  média se deslocou para um valor  $\mu_1 > \mu_0$ , resultando em uma fração maior da produção fora das especificações. Na  $\ref{eq:condition}$ , o desvio padrão do processo deslocou-se para um valor  $\sigma_1 > \sigma_0$ . Isso também, resulta em uma maior fração de falha, mesmo com a média do processo permanecendo no nível nominal.

Suponha que uma característica de qualidade tenha distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , sendo estes parâmetros conhecidos. Considere uma amostra dessa população  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  de tamanho n. Então a média dessa amostra é

$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n},\tag{8}$$

e sabemos que  $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ . Além disso, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  da média amostral está entre

$$\mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{9}$$

e

$$\mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\tag{10}$$

Então, se  $\mu$  e  $\sigma$  são conhecidos os limites de controle (??) e (??) podem ser empregados. É comum substituir  $Z_{\alpha/2}$  por 3, de modo que os limites três-sigma são empregados. Se uma média amostral do processo estiver fora desses limites, é indicação que a média do processo não é igual a  $\mu$ .

Mesmo assumindo que a população não tenha distribuição normal, os resultados (??) e (??) ainda são aproximadamente corretos devido ao teorema do limite central. Na prática, sabemos que  $\mu$  e  $\sigma$  são desconhecidos. Assim, esses parâmetros devem ser estimados com base em amostras preliminares, retirados quando o processo supostamente estava sob controle. Tais estimativas devem se basear em pelo menos 20 a 25 amostras.

Sejam m amostras disponíveis, cada uma com n observações da característica de qualidade. Tipicamente, n será pequeno, frequentemente, 4, 5 ou 6, devido aos custo com amostragem na inspeção de medidas serem altos. Considere ainda  $\bar{X}_1$ ,  $\bar{X}_2$ , ...,  $\bar{X}_m$  as médias de cada uma das amostras. Então, o estimador para  $\mu$  é a média geral, dada por

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_1 + \ldots + \bar{X}_m}{m}.$$
 (11)

Para uma estimativa de  $\sigma$ , nessa dissertação vamos utilizar um estimador baseado na amplitude. A amplitude para uma amostra  $X_1, X_2, \ldots, X_n$ , denotada por R, é definida por:

$$R = \max_{i} X_{i} - \min_{i} X_{i}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$
 (12)

Considerando m amostras obtidas no processo, consideremos  $R_1, R_2, \ldots, R_m$ , de cada uma das amostras. Assim, a amplitude média, denotada por  $\bar{R}$ , é definida por:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \ldots + R_m}{m}. (13)$$

É muito conhecido uma estatística  $R_{\sigma} = \frac{R}{\sigma}$ , chamada de amplitude padronizada. A distribuição dessa estatística já está bem documentada, bem como sua experança  $E[R_{\sigma}] = d_2$  e desvio padrão  $\sigma_R = d_3\sigma$  em que  $d_2$  e  $d_3$  são funções que dependem do tamanho da amostra n. Podemos expressar a amplitude como  $R = \sigma R_{\sigma}$ . A esperança de  $E[R] = d_2\sigma$ . Logo um estimador não-viesado para  $\sigma$ , baseado em R é  $\hat{\sigma} = R/d_2$ . Se considerarmos a amplitude média  $\bar{R}$ , temos  $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ .

Dessa forma um gráfico de controle para  $\bar{X}$ , considera como linha central (??) e limites semelhantes a (??) e (??), substituindo apenas os parâmetros por seus estimadores, e  $Z_{\alpha/2}=3$  limite três-sigma. Assim,

$$\begin{cases}
LSC &= \bar{X} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} \\
Linha central &= \bar{X} \\
LIC &= \bar{X} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R}
\end{cases}$$
(14)

A função  $d_2$  é disponível em tabelas com respectivos valores de n.

Para desenvolver um gráfico de controle para R, considera como linha central (??) e limites semelhantes a (??) e (??), substituindo apenas os parâmetros por seus estimadores, e  $Z_{\alpha/2} = 3$  limite três-sigma. Assim,

$$\begin{cases}
LSC &= \bar{R} + \frac{3d_3}{d_2}\bar{R} \\
Linha central &= \bar{R} \\
LIC &= \bar{R} - \frac{3d_3}{d_2}\bar{R}
\end{cases}$$
(15)

As funções  $d_2$  e  $d_3$  são disponíveis em tabelas com respectivos valores de n.

A segunda ferramenta é o **gráfico de histograma de frequências**, Figura **??**. Esse gráfico consiste numa representação gráfica (um gráfico de barras verticais ou barras horizontais) da distribuição de frequências de um conjunto de dados quantitativos contínuos, organizados em classes, podendo ser um gráfico por valores absolutos ou frequência relativa ou densidade.

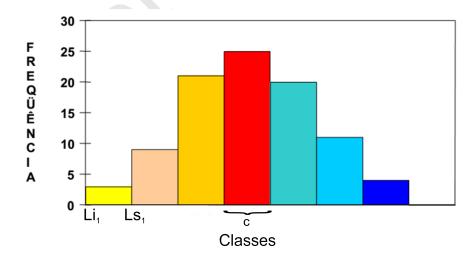


Figura 8: Histograma de frequências.

Com o histograma, podemos ver facilmente três propriedades:

• Forma (Simetria);

- Posição ou tendência central;
- Espalhamento ou dispersão.

Algumas diretrizes são importantes para construir um histograma de frequências. Seguem os passos:

- 1. Determinar o número de classes (k). Convenciona-se usar um critério empírico  $k = \sqrt{n}$  para  $n \le 100$ . Geralmente escolhe-se entre 4 e 20 classes.
- 2. Determinar a amplitude da classe (c). Convenciona-se utilizar a mesma amplitude para todas as classes. O valor de c é obtido por:

$$c = \frac{R}{k - 1},\tag{16}$$

sendo R expresso em (??).

3. Determinar o limite inferior da primeira classe ( $Li_1$ ), dado por:

$$Li_1 = \min_i(X_i) - c/2. \tag{17}$$

4. As demais classes são obtidas somando o limite à amplitude. Por exemplo, a primeira classe já obtemos o limite inferior. O limite superior é igual a  $Ls_1 = Li_1 + c$ . A segunda classe inicia-se pelo limite superior da primeira classe, isto é,  $Li_2 = Ls_1$ . Assim, o limite superior da segunda classe é  $Ls_2 = Li_2 + c$ , e assim por diante. O processo se encerra na k-ésima classe.

Uma outra ferramenta é a **folha de controle** que consiste em uma planilha ou formulário para registrar o histórico passado e atual de uma variável do processo. A folha de controle é muito importante nos estágios iniciais do CEP, pois será necessário frequentemente a coleta de dados operacionais históricos ou atuais sobre o processo de investigação. A Figura **??** apresenta uma folha de controle desenvolvida por um engenheiro em uma fábrica aeroespacial que investiga os vários tipos de defeitos que surgiram em um tanque usado em um de seus produtos, com o objetivo de melhorar o processo.

Ao planejar uma folha de controle é importante especificar claramente os seguintes fatores:

- tipo de dado a ser coletado;
- número da parte ou operação;
- data;
- analista; e
- quaisquer outras informações úteis ao diagnóstico da causa de um fraco desempenho.

	FOLHA DE CONTROLE DADOS DE DEFEITOS PARA 2002-2003 YTD																	
Peça No.: TAX-41 Localização: Bellevue Data Estudo: 6/5/03 Analista: TCB																		
	2002										2003							
Defeito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	Total
Peças danificadas	Γ	1		3	1	2		1		10	3		2	2	7	2		34
Problemas de máquina			3	3				1	8		3		8	3				29
Partes fornecidas enferrujadas	Г		1	1		2	9											13
Revestimento insuficiente	Γ	3	6	4	3	1												17
Solda desalinhada	2																	2
Processamento fora de ordem	2															2		4
Peça errada produzida	Γ	1						2										3
Carenagem sem acabamento			3															3
Falha do adesivo				1							1		2			1	1	6
Anodização com produto em pó	L				1													1
Pintura fora dos limites						1								1				2
Pintura danificada por produto químico	L		1															1
Película nas peças						3		1	1									5
Latas de primer danificadas								1										1
Porosidade na fundição									1	1								2
Composto delaminado										2								2
Dimensões incorretas											13	7	13	1		1	1	36
Procedimento de teste impróprio										1								1
Falha no spray salinizado													4			2		4
TOTAL	4	5	14	12	5	9	9	6	10	14	20	7	29	7	7	6	2	166

Figura 9: Uma folha de controle para registrar defeitos em um tanque usado em uma aplicação aeroespacial.

A terceira ferramenta e o **gráfico de Pareto** que consiste num histograma de frequências para atributos, organizado por categoria. Observe a Figura ?? apresenta o gráfico de Pareto para os defeitos do tanque dado na Figura ??, apresentando no eixo da abscissa os vários tipos de defeito, e no eixo da ordenada a frequência total da ocorrência total de cada tipo de defeito. Podemos rapidamente visualizar os tipos de defeito que ocorrem mais frequentemente. Note que o gráfico de Pareto não informa os tipos de defeito mais importante, e sim os que ocorrem mais vezes. Pode existir diversas variações do gráfico de Pareto, porém preservando essas informações básicas.

Uma vez identificado o defeito, erro ou problema no processo, para um estudo posterior, deseja-se saber quais as causas potenciais desse efeito indesejável. Uma ferramenta interessante do CEP para essa situação é o **diagrama de causa-e-efeito**. Analisando o problema dos defeitos dos tanques, a equipe escolheu classificar as principais categorias de defeitos como máquinas, materiais, métodos, pessoal, medições e ambiente. Tentando identificar as várias causas de cada um dos defeitos, é apresentado o diagrama de causa-e-efeito na Figura ??.

Para construir um diagrama de causa-e-efeito, devemos seguir os seguintes passos:

- Defina o problema ou efeito a ser analisado;
- 2. Forme a equipe para realizar a análise;
- 3. Desenhe a caixa de efeito e alinha central;
- 4. Especifique as principais categorias de causas potenciais e coloque-as em caixas, ligadas a linha central;
- 5. Identifique as causas possíveis e classifique-as nas categorias do passo 4;
- 6. Ordene as causas para identificar aquelas que aparecem mais prováveis de causar impacto sobre o problema;

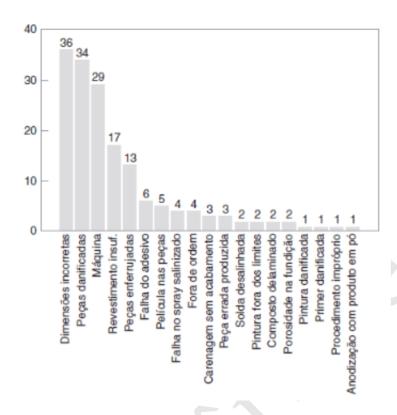


Figura 10: Gráfico de Pareto para os dados dos defeitos do tanque.

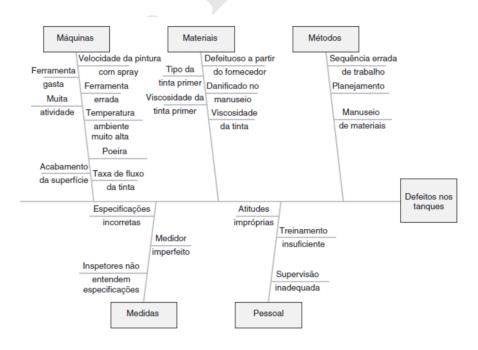


Figura 11: Diagrama de causa-e-efeito para o problema dos defeitos dos tanques.

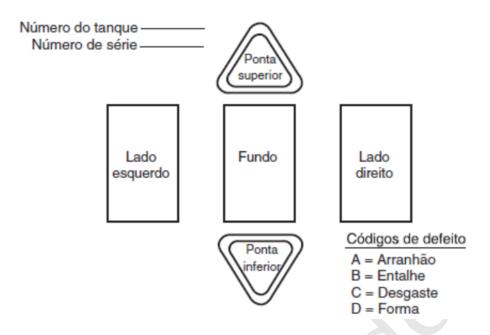


Figura 12: Diagrama de concentração de defeitos para o tanque.

## 7. Adote ações corretivas.

Uma penúltima ferramenta de controle é o diagrama de concentração de defeito, apresentado na Figura ??. Esse diagrama é utilizado para analisar e determinar se a localização dos defeitos na unidade fornece alguma informação útil sobre as causas potenciais dos defeitos.

Por fim, o **diagrama de dispersão** é um gráfico de identificação de relações potenciais entre duas variáveis. Os dados são coletados aos pares  $(x_i, y_i)$  para as variáveis  $x_i$  e  $y_i$ , considerando  $i = 1, 2, \ldots, n$  observações. Assim, plota-se  $x_i$  versus  $y_i$ , como observado na Figura ??. O gráfico de dispersão mostra a associação que pode existir entre duas variáveis, nos sentido de indicar se existe correlação entre essas duas variáveis, e ainda assim, identificar a forma dessa associação, como por exemplo, um modelo de regressão. Contudo, não podemos concluir uma relação de causa-e-efeito, uma vez que a correlação não implica em casualidade.

Após apresentado as sete ferramentas básicas de controle de qualidade e a fundamentação sobre o controle de qualidade, muito mais poderia se aprofundar sobre o assunto, como por exemplo, como obter um CEP bem sucessido? Quais outras ferramentas estatísticas poderiam nos auxiliar no controle de qualidade? Enfim, o propósito dessa dissertação foi mostrar que agora as empresas não precisam se basear em sua própria experiência, e sim, a utilização de métodos estatísticos para o controle de qualidade do processo, renunciará os palpites em favor da precisão, do conhecimento comprovado daquilo que precisamos, substituindo intuição por evidência.

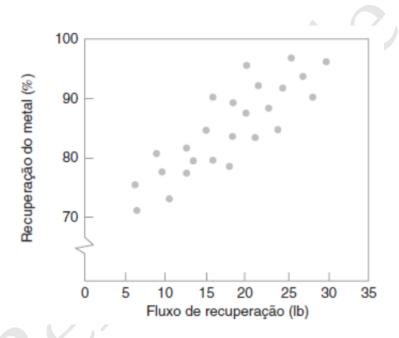


Figura 13: Um diagrama de dispersão.