MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA, FÍSICA E MATEMÁTICA (DEFIM)

DISCIPLINA DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE
LISTA SOBRE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

BEN DÊIVIDE

Questão 1. Um artigo em *Journal of the Americam Ceramic Society* considerou a microestrutura de pó ultrafino de zircônia parcialmente estabilizada como uma função da temperatura. Os dados são mostrados a seguir:

Temperatura (ºC)	1100	1200	1300	1100	1500	1200	1300
Porosidade (%)	30,8	19,2	6,0	13,5	11,4	7,7	3,6

(a) Ajuste um modelo de regressão linear simple, usando o método dos mínimos quadrados, fazendo a interpretação do modelo. Encontre uma estimativa para σ^2;

(b) Estime a porosidade média para uma temperatura de 1.400ºC;

(c) Calcule o Coeficiente de determinação R^2 e o interprete;

(d) Verifique pelo teste de hipótese se o modelo ajustado é significativo ao nível de 5% de probabilidade.

PASSOS PARA ANÁLISE DE REGRESSÃO

1. Ajuste do modelo: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i$, $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i,$$

em que $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$ e $\hat{\beta}_1 = \frac{SPXY}{SQX}$, considerando $SPXY = \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}$ e $SQX = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n}$. O estimador não viesado de σ^2 é $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}$.

2. O coeficiente de determinação pode ser expresso por $R^2 = \frac{\hat{\beta}_1^2 SQX}{SQT}$, em que $SQT = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2 = Var[Y] \times (n-1)$.

3. Verificação se o modelo é adequado:

   (a) Hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: & \beta_1 = 0 \\ H_1: & \beta_1 \neq 0. \end{cases}$$

   (b) Nível de significância: $\alpha = 0,05$;

   (c) Estatística do teste

$$t_{calc} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{SQX}}}.$$

   (d) Decisão. Se $|t_{calc}| \geq t_{tab} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}; \nu = n-2\right)} \Rightarrow$ Rejeita-se H_0.